

Deep Learning

Implementation of Linear regression in Keras

Keras and 뉴런, Dense로 구현하는 모델구조
Example of Linear Regression Model

Yoon Joong Kim

Department of Computer Engineering, Hanbat National University

yjkim@hanbat.ac.kr

내용

1. Keras의 개요
2. 뉴런의 개념
3. Dense layer
 - Dense
 - Dense로 표현되는 모델
 - 단순선형회귀모델, 다중선형회귀모델, 로지스틱회귀모델, softmaxclassification
4. Keras로 구현되는 모델의 개발절차
5. 연습문제
 - EX01 A simple linear regression example in Keras
 - modules
 - data 준비
 - 단순선형회귀모델개발
 - 모델 구조정의, 학습방법 설정, 학습
 - 모델 검증 및 예측결과 그래프로 출력(plotting)
 - Ex02. Exercise
 - EX03. Multivariable Linear Regression
 - EX04. Linear regression with data from file

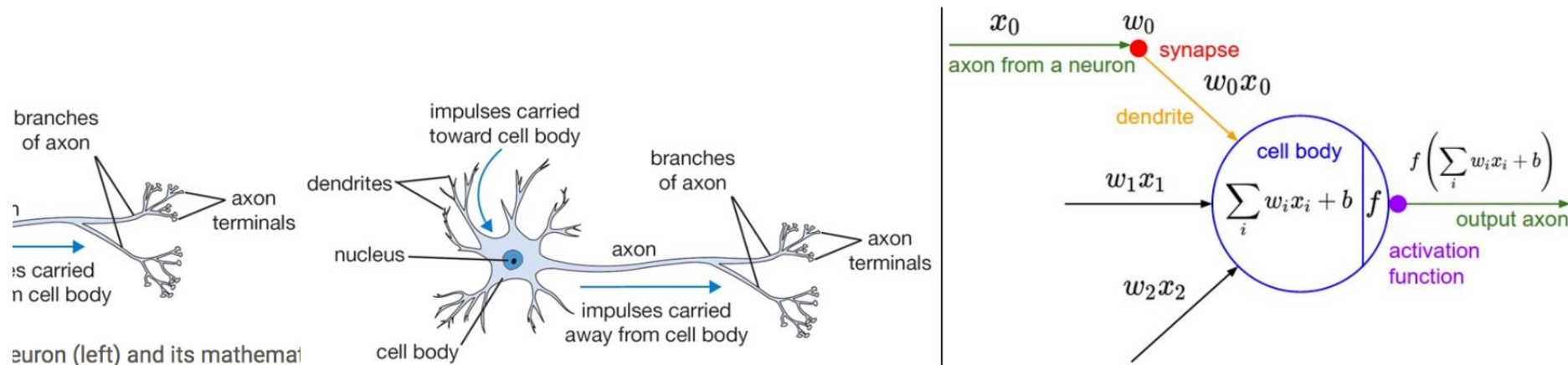
1. Keras의 개요

- 케라스(Keras)는 파이썬으로 작성된 오픈 소스 신경망 라이브러리이다.
 - MXNet, DeepLearning, 텐서플로, Microsoft Cognitive Toolkit 또는 Theano 위에서 수행할 수 있다.
 - 딥 신경망과의 빠른 실험을 가능케 하도록 설계되었으며 최소한의 모듈 방식의 확장 가능성에 초점을 둔다.
 - ONEIROS (Open-ended Neuro-Electronic Intelligent Robot Operating System) 프로젝트의 연구의 일환으로 개발되었으며 [3] 주 개발자이자 유지보수자는 구글의 엔지니어 Francois Chollet이다.
 - 2017년, 구글의 텐서플로 팀은 텐서플로의 코어 라이브러리에 케라스를 지원하기로 결정하였다. Chollet은 케라스가 단대단(end-to-end) 기계 학습 프레임워크가 아닌 인터페이스의 역할에 중점을 두었다.
 - 더 높은 수준의 더 직관적인 추상화 집합을 표현함으로써 백엔드 과학 컴퓨팅 라이브러리임에도 불구하고 신경망을 구성하기 쉽게 만들어준다.
 - 마이크로소프트 또한 CNTK 백엔드를 케라스에 추가하는 작업을 수행하고 있으며 기능은 현재 CNTK 2.0과 더불어 베타 릴리스 단계에 있다.

2. 뉴런의 개념

- 케라스의 핵심 데이터 구조는 모델이고, 이 모델을 구성하는 것이다. Dense 레이어는 뉴런을 구현하도록 설계되었다. 기본 개념, 역할 등에 대해서 살펴본다.
- 신경계를 모사한 뉴런
 - 인간의 뉴런과 이를 모델링한 퍼셉트론

- 뉴런 axon(축삭돌기) dendrite(수상돌기)/ synapse - nucleus(핵) - axon(축삭돌기)
- 퍼셉트론 x_0, x_1, x_2 x_0w_0, x_1w_1, x_2w_2 $y=f(\sum x_iw_i + b)$ y

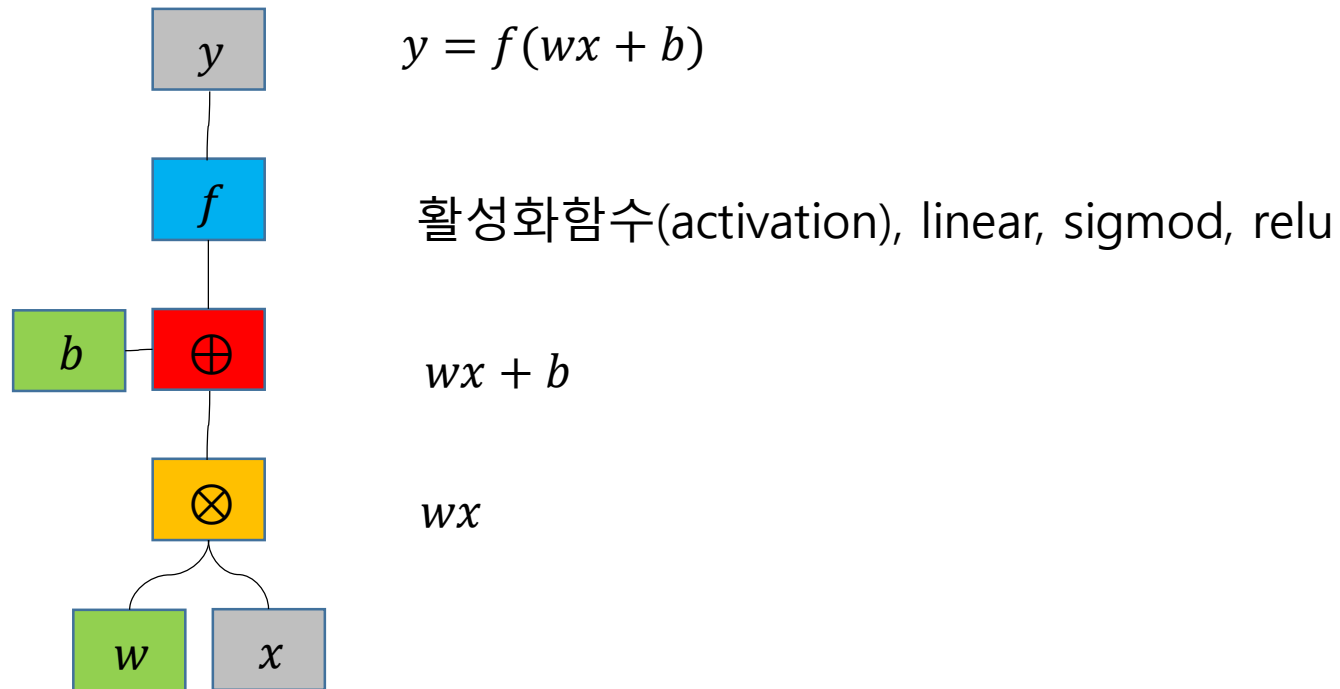


A cartoon drawing of a biological neuron (left) and its mathematical model (right).

(출처: <http://cs231n.github.io/neural-networks-1/>)

2. 뉴런(퍼셉트론)의 개념

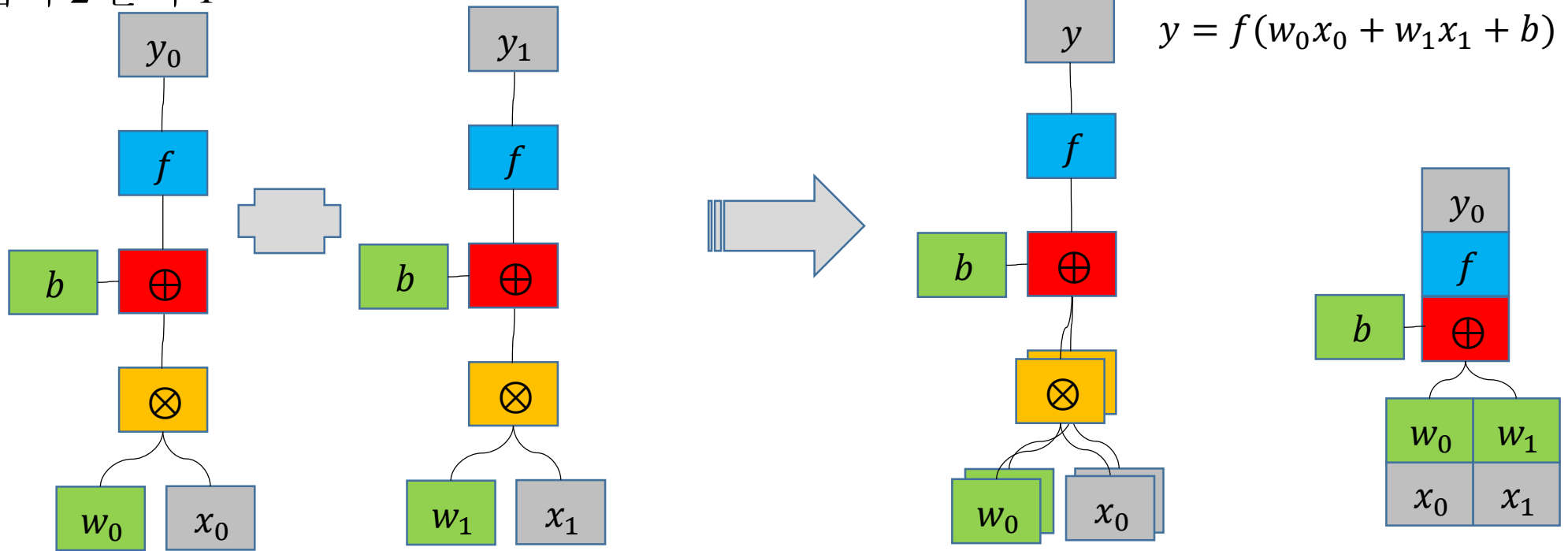
- 하나의 뉴런에서 나온 신호(x)가 다른 하나의 뉴런에 전달되어 출력(y)이 만들어지는 개념
- 한 개의 입력 받아 하나의 출력으로 전달하는 뉴런(퍼셉트론)의 모델



Dense(units=1,input_dim=1)

2. 뉴런의 개념

- 두개의 뉴런에서 나온 신호들(x_0, x_1)가 하나의 뉴런에 전달되어 출력(y)이 만들어지는 개념
- 입력 2 출력 1



Dense(units=1,input_dim=1) Dense(units=1,input_dim=1)

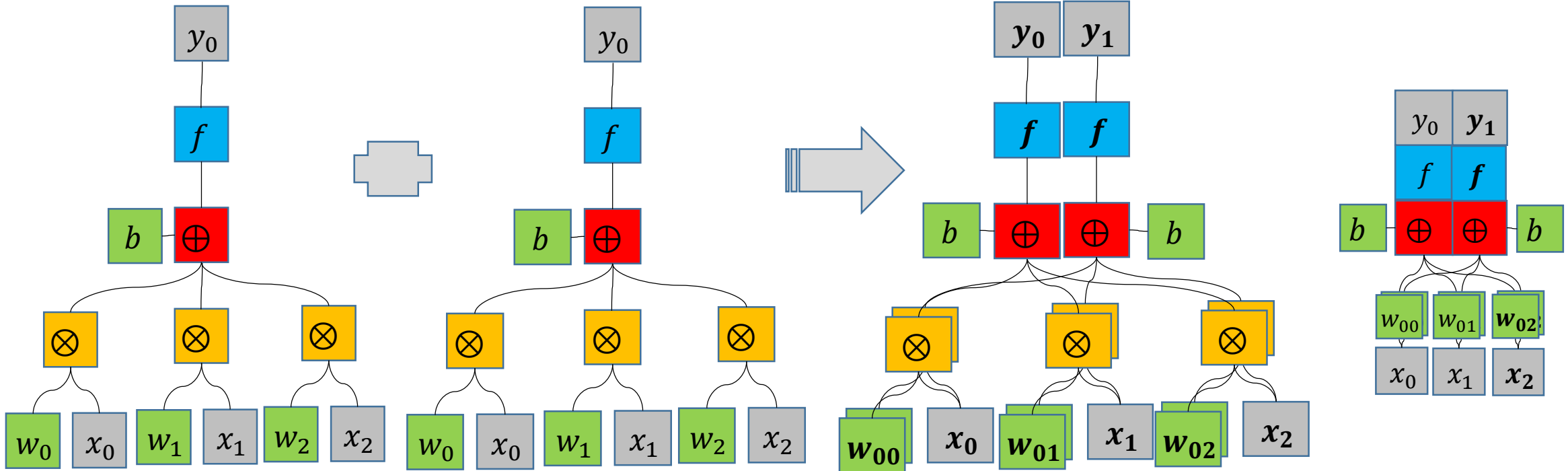
Dense(units=1,input_dim=2)

2. 뉴런의 개념

- 3개의 뉴런에서 나온 신호(x)가 두개 뉴런에 전달되어 출력(y)이 만들어지는 과정의 개념
- 입력 3 출력 2

$$y_0 = f(w_{00}x_0 + w_{01}x_1 + b_0)$$

$$y_1 = f(w_{10}x_0 + w_{11}x_1 + b_1)$$



Dense(units=1,input_dim=3)

Dense(units=1,input_dim=3)

Dense(units=2,input_dim=3)

3. Dense layer

- `keras.layers.Dense(units, activation=None, use_bias=True, kernel_initializer='glorot_uniform', bias_initializer='zeros', kernel_regularizer=None, bias_regularizer=None, activity_regularizer=None, kernel_constraint=None, bias_constraint=None, **kwargs)`
- Densely(fully) connected NN layer
- $output = activation(dot(input, kernel) + bias)$ 연산의 구현
- `activation`은 `activation` 인자에 따른 요소별 활성화 함수이고(`linear, sigmoid, softmax`)
- `kernel` 은 layer를 구성하는 `weights matrix`이고,
- `bias` 는 layer에 의해 생성된 `bias` 벡터이다.(`use_bias` 가 `True` 일 경우만 적용됨).
- 입력의 차원이 2보다 크면 평탄화(`flattened`)된 후 연산 된다.

3. Dense layer

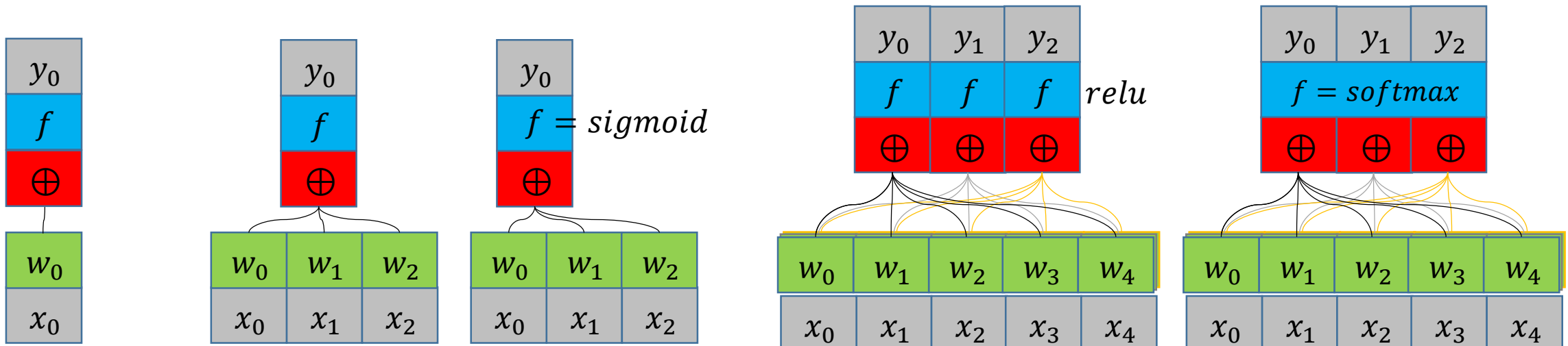
- 인수

- units : 출력 뉴런의 수, 양의 정수, 출력 공간의 차원.
- Activation : 사용할 활성화 기능. 아무것도 지정하지 않으면 활성화가 적용되지 않습니다 (예 : " 선형 " 활성화 : $a(x) = x$).
- use_bias : 레이어가 바이어스 벡터를 사용하는지 여부를 나타내는 부울입니다.(True)
- kernel_initializer: 커널 가중치 행렬의 이니셜 라이저.
 - 'glorot_uniform': Xavier uniform initializer, 'random_uniform', 'uniform': 균일분포, 'normal': 가우시안분포
- bias_initializer : 바이어스 벡터의 이니셜 라이저.
- kernel_regularizer : 커널 가중치 행렬에 적용되는 정규화 기능.
- bias_regularizer : 바이어스 벡터에 적용되는 정규화 기능.
- activity_regularizer: 레이어의 출력에 적용되는 정규화 기능 ("활성화").
- kernel_constraint : 커널 가중치 행렬에 적용되는 제약 함수.
- bias_constraint : 바이어스 벡터에 적용된 구속 함수.
- input_dim: integer, 입력 데이터의 차원

3. Dense layer

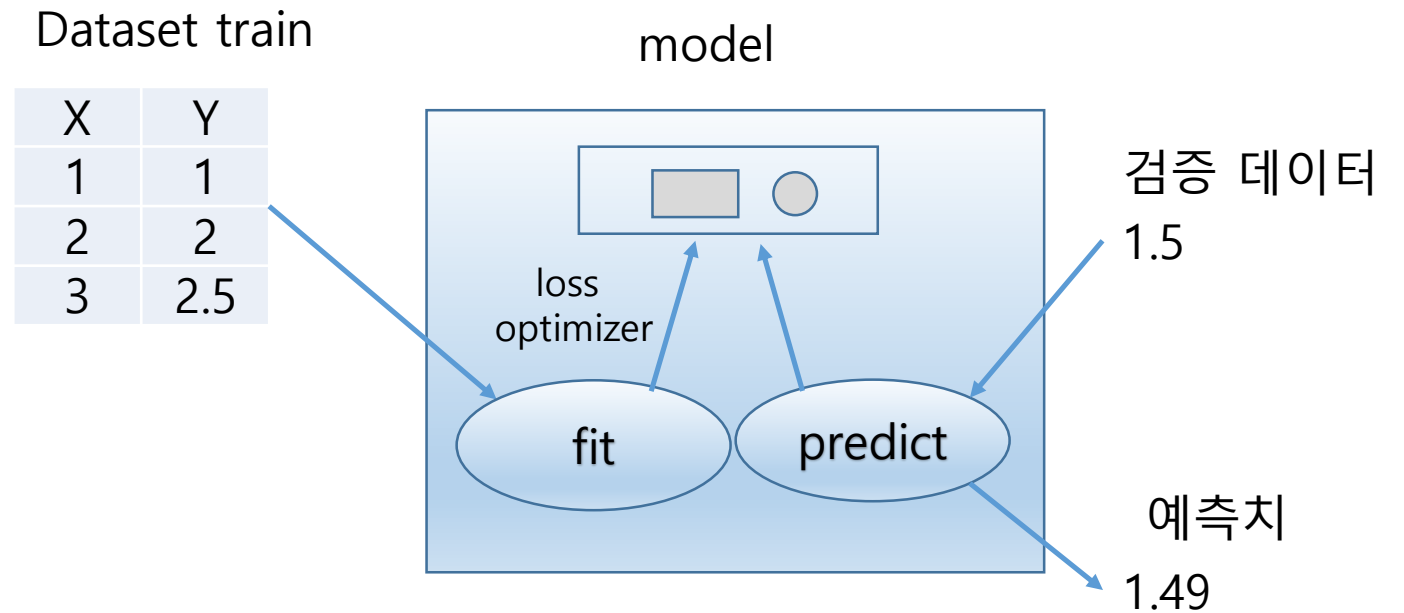
Dense로 표현되는 모델의 종류

- Dense(units=1,input_dim=1) #단순선형회귀모델 출력범위:[$-\infty \sim +\infty$]
- Dense(units=1,input_dim=3) #다중선형회귀모델 출력범위:[$-\infty \sim +\infty$]
- Dense(units=1,input_dim=3,activation='sigmoid')
#다중로지스틱회귀모델(binary classification) 출력범위 [0.0~1.0]
- Dense(units=3,input_dim=5,activation='relu') #출력범위:[0.0 ~ $+\infty$]
- Dense(units=3,input_dim=5,activation='softmax') #출력이 확률로, 출력의 합=1.0



4. Keras로 구현되는 모델의 개발절차

- 개발 절차
- 데이터셋 생성
- 모델개발
 - model 정의
 - 학습방법 설정
 - loss 및 optimizer
 - 학습
 - fitting
- 모델검증(predict)
 - 학습된 모델의 성능 분석
 - `model.predict([1])`
 - `model.predict([1.5])`
 - `model.predict([1,2])`
 - `model.predict(dataX)`



Examples

- EX01 A simple linear regression example in Keras
 - modules
 - data 준비
 - 단순선형회귀모델개발
 - 모델 구조정의, 학습방법 설정, 학습
 - 모델 검증 및 예측결과 그래프로 출력 (plotting)
- Ex02. Exercise
- EX03. Multivariable Linear Regression
- EX04. Linear regression with data from file

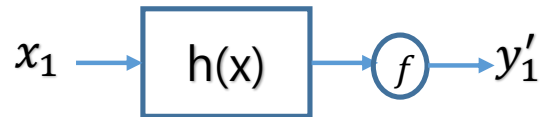
Ex01. A simple linear regression example in Keras

- Example 구현에 필요한 Library
 - `from keras.models import Sequential`
 - 모델정의 클래스
 - `From keras.layers import Dense`
 - Densely connected layer
 - `Import keras.optimizers as optimizers`
 - 최적화기, 학습기
 - `Import tensorflow as tf`
 - TensorFlow module
 - `Import matplotlib.pyplot as plt`
 - Graph plotting module

Ex01 . A simple linear regression in Keras model

- Dataset 생성
 - 학습용 X and Y data
 - trainX = [1, 2, 3]
 - trainY = [1, 2, 2.5]

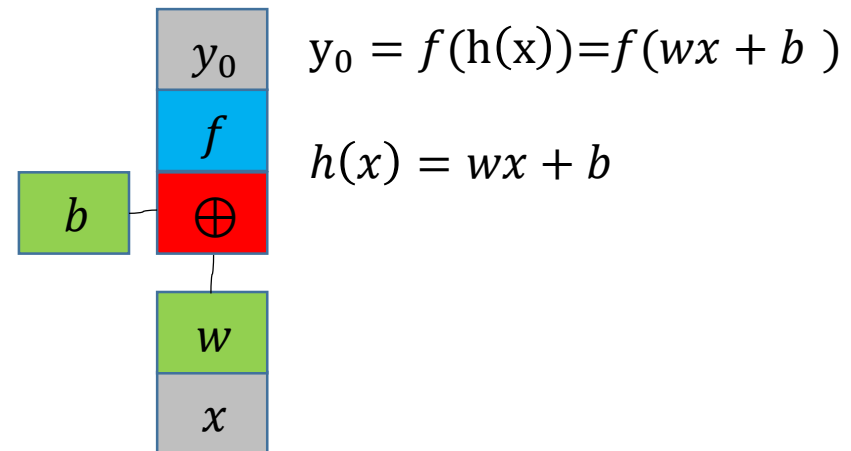
- 모델개발
 - 모델 구조정의



- 단순선형회귀모델 (simple linear regression model) – a perceptron
- $h(x) = wx + b$
- $y_1' = h(x)$

```
from keras.models import Sequential
from keras.layers import Dense
import keras.optimizers as optimizers
import tensorflow as tf
import matplotlib.pyplot as plt
```

모델구조



Code in keras

```
Dense(units=1,input_dim=1,activation='linear')
```

Ex01. A simple linear regression in Keras model

```

from keras.models import Sequential
from keras.layers import Dense
import keras.optimizers as optimizers
import tensorflow as tf
import matplotlib.pyplot as plt

```

- 모델 구조 설정

- # simple linear regression model
- Model=Sequential()
- Model.add(
 - Dense(units=1, #출력 노드 수 $y_0 = f(h(x)) = wx + b$
 - input_dim=1, #입력차원 (None,1) (1,1)=>(None,1)
 - activation= ' linear')#선형(기본)

- Model.summary() #model의 구조 출력

Layer (type)	Output Shape	Param #
dense_1 (Dense)	(None, 1)	2
Total params: 2		
Trainable params: 2		
Non-trainable params: 0		

- 모델 학습방법 설정(loss 및 optimizer)

- model.compile(loss= 'mse' , # 손실함수설정: mean_squared_error' ,
 - optimizer= 'adam' # 학습기 설정 : adam optimizer

```

trainX = {xi}
trainY = {yi}
ŷi = model.predict(xi)
loss = 1/N ∑i (yi - ŷi)2
adam.optimize(loss)

```

Ex01. A simple linear regression example in Keras

- 모델 학습

- `model.fit(trainX,trainY,` `#학습용 data`
 `epochs=200,` `#200회 반복학습`
 `verbose=1)` `#학습과정 정보 출력량 설정 0,1,2`

- 모델 검증

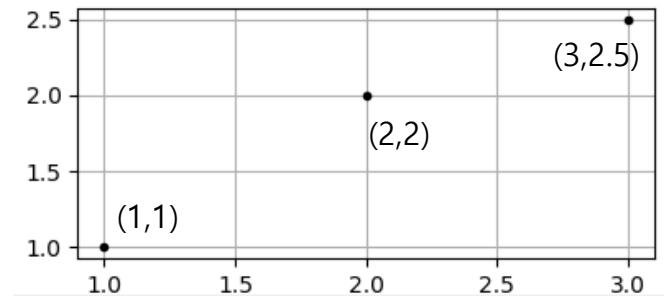
- 학습된 모델의 성능 분석
- `model.predict([1.0])` `# 입력의 차원 1이 맞아야 한다, 출력shape=(none,1)`
`model.predict([1.0,2.0])` `# [[1.1],[2.1]]`
`model.predict(dataX)`

Ex01. A simple linear regression example in Keras

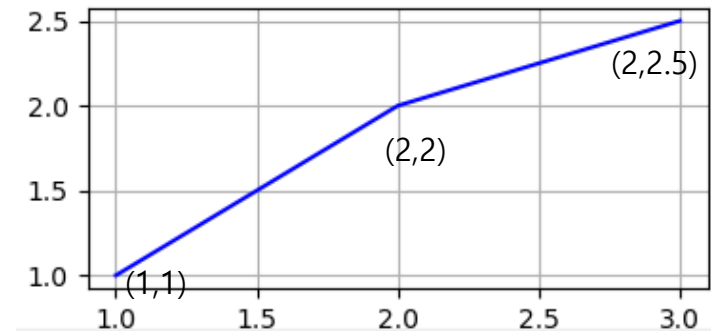
- 데이터를 그래프로 출력하기

- plot data on screen

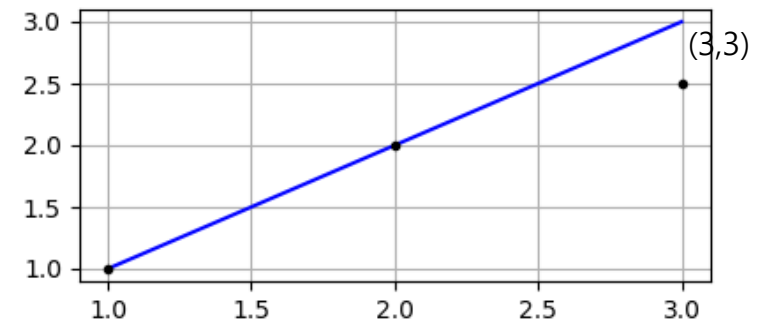
- `import matplotlib.pyplot as plt`
 - `plt.plot(X,Y,color,···)`
 - `plt.plot([1,2,3],[1,2,2.5], 'k.')`
#점 출력(1,1),(2,2),(3,2.5)



- `plt.plot([1,2,3],[1,2,2.5], 'b')`
#선으로 출력

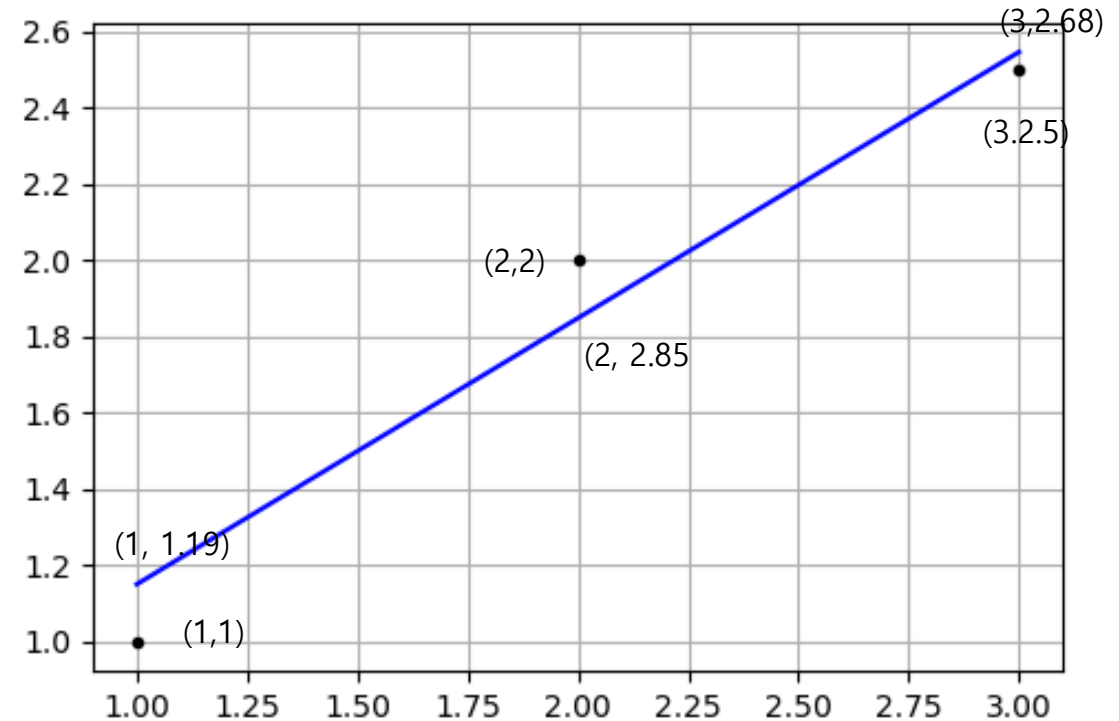


- `plt.plot([1,2,3],[1,2,3], 'b', [1,2,3],[1,2,2.5], 'k.')`
#중복출력



Ex01. A simple linear regression example in Keras

- Plot train data and predicted data
 - `import matplotlib.pyplot as plt`
 - Train data
 - `trainX = [1, 2, 3]`
 - `trainY = [1, 2, 2.5]`
 - `predY=model.predict(trainX)`
`#predX=trainX`
`#predY=[[1.1904] [1.8550] [2.6851]]`



- `plt.plot(trainX, model.predict(trainX), 'b', trainX,trainY, 'k.')`
- `plt.grid()`
- `plt.show()`

Ex01. A simple linear regression example in Keras

```
#데이터셋 생성
trainX = [1, 2, 3]
trainY = [1, 2, 2.5]

#model 정의
model=Sequential()
model.add(Dense(1, input_dim=1))
model.summary()
model.compile(loss= 'mse',optimizer= 'adam' )

#단순선형회귀모델  $y_0 = f(h(x)) = wx + b$ 
#model weights 출력
#손실함수, 학습기

#fitting(학습)
Model.fit(trainX,trainY,epochs=2000,verbose=1) #학습데이터, 학습반복회수, 학습정보출력량

print(model.predict([1.5])) #검증 예측값 계산 [[1.543674]]
Print(model.predict([1.0, 2.0, 3.0]))#검증 예측값 계산 [[1.2484958] [1.868777 ] [2.4890585]]

#예측치와 학습용데이터 그래프출력
plt.plot(trainX, model.predict(trainX), 'b', trainX,trainY, 'k.')
plt.show()
```


Ex02. Exercise

- 다음 학습시간의 데이터를 이용하여 시험점수를 예측하는 선형회귀모델

- 데이터준비 : 학습 및 검증데이터
- 모델구조 설정
 - 모델정의 : Linear regression model을 정의
- 모델학습방법 설정
 - loss, optimizer
- 모델 학습
- 모델 검증
 - 검증데이터 (validation data)의 예측 점수를 계산하시오.
 - Train data (X,Y)와 validation data(X,Y)를 graph로 그리고 비교 분석하시오.

Train data

X(hours)	Y(scores)
10	90
9	80
3	50
2	30

Validation data

X(hours)	prediction \bar{Y}
10	
9.5	
1.5	
2	

EX03. Multivariable Linear Regression

- (univariable) Linear Regression

- Data

x	y
1	1
2	2
3	2.5

- Model 정의

- $H(x|w, b) = xw + b$

- 학습

- 검증

```
(Univariable) Linear Regression
#dataset 생성
X=[1,
  2,
  3])
Y= [1,
  2,
  2.5])
X=np.array([[1],
            [2],
            [3]])
Y=np.array([[1],
            [2],
            [2.5]])

#model 정의
model=Sequential()
model.add(Dense(1, input_dim=1)) #(None,1)(1,1)=(None,1)
model.summary() #model 구조(weights) 출력
Model.compile(loss='mse', #loss, optimizer 설정
              optimizer='adam')

#model 학습
Model.fit(X, Y, epochs=2000, verbose=1) #학습

#model 평가
p=model.predict(np.array([[90, 90, 90]])) #검증예측값계산 [[178.51509]]
print(p)
```

EX03. Multivariable Linear Regression

- Dataset 생성

x ₁	x ₂	x ₃	Y
73	80	75	152
93	88	93	185
89	91	90	180
96	98	100	196
73	66	70	142

- Model 정의

- $$H(X|W, b) = XW + b = [x_0 \ x_1 \ x_2] \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + b$$

- 학습

- 검증

```
X=np.array([[73,80,75],
            [93,88,93],
            [89,91,90],
            [96,98,100],
            [73,66,70]])
Y=np.array([[152],
            [185],
            [180],
            [196],
            [142]])

#model 정의
model=Sequential()
model.add(Dense(1, input_dim=3)) #(None,3)(3,1)=(None,1)
model.summary() #model 구조(weights) 출력
Model.compile(loss='mse', #loss, optimizer 설정
              optimizer='adam')

Model.fit(X,Y,epochs=2000,verbose=1) #학습

p=model.predict(np.array([[90, 90, 90]])) # 검증예측값계산 [[178.51509]]
print(p)

print(model.layers[0].get_weights())
#W:[[0.35855338], [1.2938051 ], [0.35843384]]
#b: [0.37252703]
```

EX03. Multivariable Linear Regression

```
#lec41KL multivariable Linear regression
from keras.models import Sequential
from keras.layers import Dense
import keras.optimizers as optimizers
import numpy as np
import os
os.environ['TF_CPP_MIN_LOG_LEVEL'] = '2'
import keras.layers.core as core

X=np.array([[73,80,75],
            [93,88,93],
            [89,91,90],
            [96,98,100],
            [73,66,70]])
Y=np.array([[152],
            [185],
            [180],
            [196],
            [142]])

model=Sequential() #model 정의
model.add(Dense(1,activation='linear', #model weights 출력
               input_dim=3)) #loss, optimizer 설정
model.summary()
model.compile(loss='mse',
              optimizer='adam')

model.fit(X,Y,epochs=2000,verbose=1) #학습

p=model.predict(np.array([[90, 90, 90]]))#예측값계산 [[178.51509]]
print(p)
```

```
model=Sequential() #model 정의
model.add(Dense(1,activation='linear', #model weights 출력
               input_dim=3)) #loss, optimizer 설정
model.summary()
model.compile(loss='mse',
              optimizer='adam')

model.fit(X,Y,epochs=2000,verbose=1) #학습

p=model.predict(np.array([[90, 90, 90]]))#예측값계산 [[178.51509]]
print(p)

print(model.layers[0].get_weights())
#W:[[0.35855338], [1.2938051 ], [0.35843384]]
#b: [0.37252703]
```


EX03. Multivariable Linear Regression

```
#lec41KL multivariable Linear regression
from keras.models import Sequential
from keras.layers import Dense
import keras.optimizers as optimizers
import numpy as np
import os
os.environ['TF_CPP_MIN_LOG_LEVEL'] = '2'
import keras.layers.core as core

X=np.array([[73,80,75],
            [93,88,93],
            [89,91,90],
            [96,98,100],
            [73,66,70]])
Y=np.array([[152],
            [185],
            [180],
            [196],
            [142]])

model=Sequential()
model.add(Dense(1,activation='linear',
               input_dim=3))
model.summary()
model.compile(loss='mse',
              optimizer='adam')

model.fit(X,Y,epochs=2000,verbose=1)

p=model.predict(np.array([[90, 90, 90]]))
print(p)
```

```
Using TensorFlow backend.
```

Layer (type)	Output Shape	Param #
dense_1 (Dense)	(None, 1)	4

```
Total params: 4
Trainable params: 4
Non-trainable params: 0
```

```
Epoch 1/2000
5/5 [=====] - 3s 642ms/step - loss: 43979.3984
Epoch 2/2000
5/5 [=====] - 0s 998us/step - loss: 43898.9336
Epoch 3/2000
5/5 [=====] - 0s 798us/step - loss: 43806.2070
```

```
Epoch 1997/2000
5/5 [=====] - 0s 399us/step - loss: 1.5561
Epoch 1998/2000
5/5 [=====] - 0s 399us/step - loss: 1.5561
Epoch 1999/2000
5/5 [=====] - 0s 399us/step - loss: 1.5561
Epoch 2000/2000
5/5 [=====] - 0s 399us/step - loss: 1.5561
[[181.94154]]
Press any key to continue . . .
```

Ex04. Linear regression with data from file

- 데이터셋 생성
 - 파일에서 읽기
 - `numpy.loadtxt`

x ¹	x ²	x ³	Y
73	80	75	152
93	88	93	185
89	91	90	180
96	98	100	196
73	66	70	142
53	46	55	101

- Linear regression 모델정의
- 학습
- 검증

Ex04. Multivariable linear regression

- Load data from file with `numpy.loadtxt`

파일의 내용 'data-01-test-score.csv'

```
73,80,75,152
93,88,93,185
89,91,90,180
96,98,100,196
73,66,70,142
53,46,55,101
```

`XY = np.loadtxt('data-01-test-score.csv', delimiter=',', dtype=np.float32)`

`X = XY[:, :-1]` # 모든 행, 마지막을 제외한 모든 열

`Y = XY[:, -1]` # 모든 행, 마지막 열

```
print(XY.shape,XY)
```

```
XY:
(6, 4)
[[ 73.  80.  75. 152.]
 [ 93.  88.  93. 185.]
 [ 89.  91.  90. 180.]
 [ 96.  98. 100. 196.]
 [ 73.  66.  70. 142.]
 [ 53.  46.  55. 101.]]
```

```
print(X.shape,X)
```

```
X:
(6, 3)
[[ 73.  80.  75.]
 [ 93.  88.  93.]
 [ 89.  91.  90.]
 [ 96.  98. 100.]
 [ 73.  66.  70.]
 [ 53.  46.  55.]]
```

```
print(Y.shape,Y)
```

```
Y:
(6,)
[[152.]
 [185.]
 [180.]
 [196.]
 [142.]
 [101.]]
or
(6,) [[152.] [185.] [180.] [196.] [142.] [101.]]
```

numpy library 배열 다루기
- Indexing, Slicing, Iterating

```
a = np.array(
    [[1, 2, 3, 4],
     [5, 6, 7, 8],
     [9, 10, 11, 12]])

print(a[:, 1]) # [2 6 10]

print(a[-1]) # [9 10 11 12]

print(a[-1, :]) # [9 10 11 12]

print(a[0:2, :])
#[[1 2 3 4]
# [5 6 7 8]]
```

Ex04. Multivariable linear regression

```
from keras.models import Sequential
from keras.layers import Dense
import keras.optimizers as optimizers
import tensorflow as tf
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import os
os.environ['TF_CPP_MIN_LOG_LEVEL'] = '2'

#학습용 데이터 읽기
XY=np.loadtxt('data/data-01-test-score.txt',dtype=float,delimiter=',')
X=XY[:, :-1]
Y=XY[:, -1]
#print(XY.shape,XY); print(X.shape,X); print(Y.shape,Y)

#model 정의
model =Sequential()
model.add(Dense(1, input_dim=3))      #(None,3)(3,1)=(None,1)
model.summary()                       #model 구조(weights) 출력
model.compile(loss='mse',optimizer='adam') #loss, optimizer 설정

Model.fit(X,Y,epochs=2000,verbose=1) #학습

P=model.predict(np.array([[90, 90, 90]]))#예측값 계산 [[178.51509]]
Print(p)
```

Ex04. Multivariable linear regression

```
from keras.models import Sequential
from keras.layers import Dense
import keras.optimizers as optimizers
import tensorflow as tf
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import os
os.environ['TF_CPP_MIN_LOG_LEVEL'] = '2'
```

#학습용 데이터 읽기

```
XY=np.loadtxt('data/data-01-test-score.txt',dtype=float,delimiter=',')
X=XY[:, :-1]
Y=XY[:, -1]
#print(XY.shape,XY); print(X.shape,X); print(Y.shape,Y)
```

#model 정의

```
model=Sequential()
model.add(Dense(1, input_dim=3))      #(None,3)(3,1)=(None,1)
model.summary()                       #model 구조(weights) 출력
model.compile(loss='mse',optimizer='adam') #loss, optimizer 설정
```

```
Model.fit(X,Y,epochs=2000,verbose=1) #학습
```

```
P=model.predict(np.array([[90, 90, 90]]))#예측값 계산 [[178.51509]]
Print(p)
```

```
(6, 4) [[ 73.  80.  75. 152.]
 [ 93.  88.  93. 185.]
 [ 89.  91.  90. 180.]
 [ 96.  98. 100. 196.]
 [ 73.  66.  70. 142.]
 [ 53.  46.  55. 101.]]
(6, 3) [[ 73.  80.  75.]
 [ 93.  88.  93.]
 [ 89.  91.  90.]
 [ 96.  98. 100.]
 [ 73.  66.  70.]
 [ 53.  46.  55.]]
(6,) [152. 185. 180. 196. 142. 101.]
```

Layer (type)	Output Shape	Param #
dense_1 (Dense)	(None, 1)	4

```
Total params: 4
Trainable params: 4
Non-trainable params: 0
```

```
Epoch 1/2000
6/6 [=====] - 3s 575ms/step - loss: 46707.8438
Epoch 2/2000
6/6 [=====] - 0s 832us/step - loss: 46629.4570
Epoch 3/2000
6/6 [=====] - 0s 831us/step - loss: 46539.1133
```

```
Epoch 1997/2000
6/6 [=====] - 0s 499us/step - loss: 6.9706
Epoch 1998/2000
6/6 [=====] - 0s 499us/step - loss: 6.9370
Epoch 1999/2000
6/6 [=====] - 0s 332us/step - loss: 6.9038
Epoch 2000/2000
6/6 [=====] - 0s 332us/step - loss: 6.8707
[[178.45174]]
Press any key to continue . . .
```

Examples
